УДК 66.045.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ ВО ВЗВЕШЕННОМ ЗЕРНИСТОМ СЛОЕ

Н.П. Юхименко, доц.
СНАУ

Производство минеральных гранулированных удобрений и других зернистых продуктов (обесфторенных фосфатов, технических солей) в настоящее время базируются на нескольких типовых технологических схемах [1]. При разработке более совершенных технологических схем разработчики и проектировщики сталкиваются с трудностями подбора необходимого оборудования для операционных отделений производства, в частности, для охлаждения гранул после их грануляции и сушки. Наиболее эффективными аппаратами для осуществления указанных целей являются аппараты взвешенного слоя [2]. Однако разработку и внедрение аппаратов со взвешенным слоем на многих производствах сдерживает отсутствие надежных и корректных методов их расчета, которые должны вытекать из математического моделирования протекающего в аппарате технологического процесса.

Разработке и анализу математических моделей процесса теплопереноса в газодисперсных системах посвящен ряд публикаций [3-9]. В данных источниках большинство математических моделей представлено достаточно сложными уравнениями, которые решаются только приближенными методами и позволяют анализировать параметры технологического процесса лишь качественно. Более «практичные» математические модели не описывают процесс теплопереноса в целом для системы, а охватывают только отдельные стадии теплообмена для зернистого слоя – внешнюю или балансовую.

Тепловой расчет охладителя, вытекающий из «внешней» задачи теплообмена, сводится к решению уравнений теплового баланса (определению расхода охлаждающей среды или конечной температуры продукта), базируется на стационарности гидродинамических режимов и является весьма упрощенным. Использование «внутренней» задачи теплообмена при определении времени охлаждения гранул аммиачной селитры известно только в работе [10], но не может быть корректным ввиду того, что рассматривается теплоперенос только для одиночной частицы.

Корректное и более точное определение кинетических параметров процесса конвективного охлаждения частиц во взвешенном слое материала (темпа и времени охлаждения, температурного профиля) возможно только при математическом моделировании в логической взаимосвязи «одиночная частица – ансамбль частиц – взвешенный слой (в масштабе аппарата с учетом гидродинамики потоков)».

С этой целью на основе системного анализа [11] была разработана математическая модель процесса конвективного охлаждения во взвешенном слое материала, включающая несколько иерархических уровней. Первый уровень рассматривает совокупность теплофизических параметров, определяющих скорость протекания теплообменного процесса в локальном объеме по отношению к одиночной частице. Второй уровень рассматривает процесс теплопереноса в выделенном элементарном объеме с несколькими частицами (ансамбль частиц). Третий уровень рассматривает теплоперенос, протекающий в масштабе рабочего объема аппарата с учетом гидродинамической модели движения потока материала.

Процесс теплопереноса на первом уровне рассматриваем в случае, когда критерий $0 \le Bi < \infty$. В данном случае возникает необходимость расчета температуры в центре твердой частицы $t_ц$ (максимальной во всем объеме частицы) при ее теплообмене с окружающей средой. Принимаем: частица шарообразной формы радиусом R, представляет собой однородную и изотропную среду, характеризуется определенными величинами температуропроводности (a_T), теплоемкости (c_T) и плотности (ρ_T). Температура окружающей среды t_c и коэффициент теплоотдачи α остаются постоянными в течение всего процесса охлаждения τ.

Процесс теплопереноса описывается дифференциальным уравнением теплопроводности[12]

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a_T\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial t}{\partial r}\right). \qquad (1)$$

Начальные условия, предусматривающие равномерное распределение температуры по объему твердой частицы в начальный момент времени τ_0, представляются в виде

$$\tau > \tau_o,\ 0 < r < R,\ t(r, \tau_o) = f(r). \qquad (2)$$

Условия симметрии имеют вид

$$t(0, \tau) \neq \infty,\ \frac{\partial t(0,\tau)}{\partial r} = 0. \qquad (3)$$

Решение уравнения (1) методом разделения переменных представляется в общем виде

$$\frac{t(r,\tau) - t_c}{t_н - t_c} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin(\mu_n \frac{r}{R})}{\mu_n \frac{r}{R}} \exp(-\mu_n^2 \cdot F_o), \qquad (4)$$

где A_n – постоянная; $\underline{\mu_n}$ – корень уравнения; Fo – критерий Фурье.

Как указывалось выше, процессы конвективного теплообмена во взвешенных слоях включают две стадии: теплообмен между потоком ожижающего агента и поверхностью твердых частиц и перенос тепла внутри самих частиц. В зависимости от того, какая из этих стадий – первая или вторая – лимитирует скорость процесса, говорят соответственно о «внешней» или «внутренней» задаче теплообмена, при соизмеримости скоростей обеих стадий – о «сложной» задаче. Разграничение «внешней» и «внутренней» задач возможно, как известно [7, 12], по значению критерия Bi. Если Bi≤0,1 – задача теплообмена считается «внешней» (термическим сопротивлением внутри частицы пренебрегаем), если Bi≥20 – задача теплообмена считается «внутренней».

Проанализируем два предельных случая применительно к взвешенным слоям зернистого материала (например, режиму псевдоожижения). Допустим, критерий Bi=0,1 (верхняя граница «внешней» задачи). При данном значении критерия Био величина критерия Нуссельта (Nu) должна быть около Nu=2-2,5 (α=27–35 Вт/м^{2}К), что характерно только для дисперсных потоков с низкой концентрацией частиц, когда столкновения между ними незначительны, относительные скорости их небольшие и конвективной составляющей теплопереноса можно пренебречь. Понятно, что для псевдоожиженных систем данные свойства нехарактерны, так как средние значения коэффициента теплоотдачи для таких систем достигают α=150–200 Вт/м^{2}К [3, 5, 9]. При данных значениях коэффициента теплоотдачи величина критерия Bi=0,1, а размер частиц должен быть равен 300 – 400 мкм. Материал, содержащий фракции частиц указанного размера, возможно, обрабатывать только в режиме пневмотранспорта, а для псевдоожижения в промышленности используются фракции 1–4мм. При *Bi*=0,1 коэффициент теплопроводности частиц равен λ_T=2 Вт/мК, что является на порядок выше значений, характерных для гранул минеральных удобрений, частиц обесфторенного фосфата и многих технических солей. Таким образом, сугубо «внешней» задачи теплообмена не должно быть при моделировании процесса охлаждения (как и теплопереноса в целом) в аппаратах взвешенного на газораспределительной решетке слоя.

Допустим, критерий Bi=20 (нижняя граница «внутренней» задачи теплообмена). При этом возможны только такие ситуации: коэффициент теплоотдачи равен α=7000 Вт/м^{2}К, что характерно только для высокотурбулизированного потока жидкости, кипения ее или конденсации пара; коэффициент теплопроводности равен λ_T=0,01 Вт/мК, что характерно только для газов; размер твердых частиц равен 70 мм, что характерно для крупнокускового материала, который не обрабатывается в аппаратах взвешенного слоя. Безусловно, для моделирования теплопереноса при псевдоожижении мелкозернистого материала потоком воздуха неприемлема и сугубо «внутренняя» задача.

Таким образом, при моделировании процесса теплопереноса во взвешенных слоях зернистого материала имеем «сложную» задачу теплообмена, когда 0,1<Bi<20. В данном случае к уравнению (1) применимы граничные условия 3-го рода, предусматривающие равенство количеств тепла, подведенного изнутри частицы к ее поверхности и отданного поверхностью частицы в окружающую среду:

$$\lambda_T \frac{\partial t(r,\tau)}{\partial r} = \alpha\left[t(r,\tau) - t_c\right]. \qquad (5)$$

Тогда уравнение (4) приобретает вид

$$\frac{t(r,\tau) - t_c}{t_н - t_c} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sqrt{\mu_n^2 + (Bi - 1)^2}\, \frac{\sin \mu_n \frac{r}{R}}{\mu_n \frac{r}{R}} \exp(-\mu_n^2 Fo), \qquad (6)$$

где постоянная $B_n = (-1)^{n+1} \dfrac{2Bi}{\mu_n^2 + Bi^2 - Bi}$. (7)

Поскольку процесс охлаждения является достаточно продолжительным, то критерий Фурье Fo≥0,3, бесконечный ряд (6) быстро сходится и можно ограничиться только первым членом ряда (n=1).

Полагаем в уравнении (6) $R\to 0$ (центр частицы). Тогда $[\sin\mu_n(r/R)/\mu_n(r/R)] \to 1$ и уравнение (6) принимает вид

$$\frac{t_ц - t_c}{t_н - t_c} = B_1 \sqrt{\mu_1^2 + (Bi - 1)^2} \exp(-\mu_1^2 Fo). \qquad (8)$$

Температура в центре частицы равна

$$t_ц = (t_н - t_c) B_1 \sqrt{\mu_1^2 + (Bi - 1)^2} \exp(-\mu_1^2 Fo) + t_c. \qquad (9)$$

Корень μ_1^2 уравнения (9) равен

$$\mu_1^2 = \frac{2\,Bi}{B_1} - Bi^2 + Bi, \qquad (10)$$

а постоянная B_1 определяется по специальным таблицам [12].

Выражение для определения времени охлаждения частиц получаем, решая уравнение (8) относительно τ (входит в критерий Fo):

$$\tau_{ох} = \frac{R^2}{a_T \mu_1^2} \ln\left[\frac{B_1\sqrt{\mu_1^2 + (Bi - 1)^2}}{\dfrac{t_ц - t_c}{t_н - t_c}}\right]. \qquad (11)$$

Длительность процесса охлаждения является важнейшим кинетическим параметром, влияющим на энергозатраты и габариты аппарата. В инженерных расчетах принято пользоваться графиками вида

$$\frac{t_ц - t_c}{t_н - t_c} = f(Bi,\ Fo). \qquad (12)$$

Такие графики как в первоисточнике [12], так и в других литературных источниках представлены только для условий нагрева шарообразных частиц. Графики для процесса охлаждения представлены в литературе гораздо реже (известно, по крайней мере, [13, 14]). Данные графики построены исходя из аналитических решений уравнения теплопроводности и являются графической интерпретацией результатов расчета, а поэтому неточны. Так по уравнению (9) температура центра частицы в процессе охлаждения от начальной температуры $t_н$=75 ^{0}С получается равной $t_ц$=38 ^{0}С, по графику [13] – $t_ц$=34 ^{0}С, по графику [14] - $t_ц$=28 ^{0}С. Соответственно время охлаждения частиц по формуле (11) равно τ_{ox}=5,3 с, а исходя из графиков τ_{ox}=3,3 с. То есть ошибка графического определения указанных параметров составляет 10 - 40 %.

В то же время определение температуры частицы и времени ее охлаждения по уравнениям (9)-(11) связаны с трудностями выбора постоянной B_1. Значения данных постоянных в зависимости от величины критерия Био приводятся в таблицах только первоисточника [12], который в настоящее время является библиографической редкостью.

В связи с этим автором с помощью метода наименьших квадратов были обработаны данные таблиц [12] и получены уравнения регрессии для различных диапазонов значений критерия Био:

$$B_1=0,290(Bi) + 1,0 \text{ , при } 0,1<\mathrm{Bi}< 1,0, \tag{13}$$

$$B_1=0,183(Bi) + 1,1 \text{ , при } 1,0\le\mathrm{Bi}\le 2,0, \tag{14}$$

$$B_1=0,130(Bi) + 1,22 \text{ , при } 2,0< \mathrm{Bi}\le 4,0. \tag{15}$$

Диапазон $0,1<B_i\le4,0$ характерен для взвешенных (псевдоожиженных) систем. Сравнение результатов расчета по уравнениям (13)-(15) с эталонными данными таблиц [12]показало относительную погрешность не более 1-1,2 %.

Процесс теплопереноса на втором уровне рассматриваем в условиях, при которых параметры непрерывно изменяются как во времени, так и в пространстве вдоль траектории движения частиц в пределах выделенного объема V.

Дифференциальное уравнение теплового баланса для выделенного объема запишется в виде суммы составляющих количеств тепла, поступающего и уходящего из элементарного объема с твердыми частицами и отводимого от поверхности твердых частиц за счет конвекции:

$$\int_V \frac{\partial t(\tau)}{\partial \tau} c_T u_T \left[N\rho_T \frac{4}{3}\pi R^3 \int_0^\infty f(R,\tau)dR\right] dV = \int_V \frac{\partial t(x,\tau)}{\partial x} c_T u_T \left[N\rho_T \frac{4}{3}\pi R^3 \int_0^\infty f(R,\tau)dR\right] dV \; -$$

$$- \int_V \frac{\partial t(x+\Delta x,\tau)}{\partial x} c_T u_T \left[N\rho_T \frac{4}{3}\pi R^3 \int_0^\infty f(R,\tau)dR\right] dV \; -$$

$$- \int_V \alpha(R,w)\left[t(R,\tau) - t_c(\tau)\right]\left[N\pi R^2 \int_0^\infty f(R,\tau)dR\right] dV \, . \tag{16}$$

Уравнение (16) невозможно решать классическими математическими методами, поэтому проведем преобразования. Представим объемную концентрацию частиц в слое N (шт./м^3) как

$$N = \frac{n\rho_T}{V_B \rho_B} = \frac{n\rho_T}{G_B} = \frac{3\rho_T G_T}{4\pi R^3 \rho_T \int_0^\infty f(R,\tau)dR G_B} = \frac{3G_P}{4\pi R^3 \int_0^\infty f(R,\tau)dR} \tag{17}$$

и выражение $N\pi R^2=F_{сл}=6(1-\varepsilon)/d,$ (18)

где G_p – относительный расход как отношение расходов продукта и воздуха, (кг/кг); ε - порозность слоя; d – средний диаметр частиц в слое,(м); u_T – скорость твердых частиц по оси х, (м/с).

Отбрасывая в уравнении (16) знаки интегрирования и учитывая условия нормирования функции распределения частиц по размерам

$$\int_0^\infty f(R,\tau)dR = 1 \tag{19}$$

получаем

$$G_P c_T \rho_T \frac{\partial t(\tau)}{\partial \tau} = G_P c_T \rho_T \frac{\partial t(\Delta x, \tau)}{\partial x} - F_{сл} \alpha(R, w)\left[t(R, \tau) - t_c(\tau)\right] . \qquad (20)$$

Решение уравнения (20) позволяет получить выражение для расчета температурного профиля во взвешенном слое зернистого материала с учетом особенностей гидродинамики потока в рабочем объеме аппарата (третий уровень).

Если в уравнении (20) для режима идеального вытеснения предположить $\frac{\partial t(\tau)}{\partial \tau} = 0$, получим

$$t(\Delta x) = t(x) \exp\left[-\frac{\alpha\, 6(1-\varepsilon)}{G_P c_T \rho_T d}\right] \frac{x}{u_T} . \qquad (21)$$

Для режима идеального смешения в уравнении (20) предположим $\frac{\partial t(\Delta x, \tau)}{\partial x} = 0$. Тогда получим

$$t(\Delta \tau) = t(\tau) \exp\left[-\frac{\alpha\, 6(1-\varepsilon)}{G_P c_T \rho_T d}\right] \tau_{пр} . \qquad (22)$$

По формулам (21) и (22) были рассчитаны профили температур во взвешенном слое гранулированного суперфосфата. Относительная погрешность расчетных значений от экспериментальных данных не превышает 10- 20 %, то есть находится в пределах точности инженерных расчетов.

Разработанная математическая модель позволила составить инженерный метод расчета охладителей взвешенного зернистого слоя, который состоит из двух основных этапов: 1) по уравнениям (10), (11),(13)-(15) определяют время охлаждения частиц до технологически необходимой температуры $t_к^*$; 2) по уравнению (21) или (22) определяют конечную температуру материала $t_к$ исходя из условий: $t_к \le t_к^*$, $\tau_{ох} \le \tau_{пр}$, $\tau_{ох} \le (x/u_T)$.

На основании изложенной методики разработаны блок-схема и программа расчета на ЭВМ охладителя полочного типа гранулированного суперфосфата с применением языка программирования Turbo Pascal версии 7.0. Расчет позволяет определить рациональные режимные параметры процесса и габариты охладителя с незначительными энергозатратами. Разработанный метод расчета позволил определить также рациональные режимные параметры и габариты охладителя-пневможелоба для охлаждения гранулированного сульфата алюминия.

Перспективы дальнейших исследований в данном направлении должны быть направлены на разработку математических моделей теплопереноса с учетом истинных скоростей фаз, так как данный подход позволит определить рациональные с точки зрения энергосбережения технологические параметры процесса.

SUMMARY

The mathematical model of convective cooling of granular materials and calculations are organized, showing the ways of the reduction of energy expenses when undertaking the process.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Классен П.П., Гришаев И.Г. Основные процессы технологии минеральных удобрений.- М.:Химия, 1990.- 304 с.
2. Донат Е.В., Голобурдин А.И. Аппараты со взвешенным слоем для интенсификации технологических процессов.-М.: Химия,1993.- 144 с.
3. Аэров М.Э., Тодес О.М. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем.- Л.: Химия, 1968.- 512 с.
4. Горбис З.Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков.- М.: Энергия, 1970.- 424 с.
5. Тодес О.М., Цитович О.Б. Аппараты с кипящим зернистым слоем.- Л.: Химия, 1981.- 296 с.
6. Протодьяконов И.О., Марцулевич Н.А., Марков А.В. Явления переноса в процессах химической технологии.-Л.: Химия,1981.-264 с.
7. Фролов В.Ф. Моделирование сушки дисперсных материалов.- Л.: Химия, 1987.- 208 с.
8. Шрайбер А.А. и др. Турбулентные течения газовзвеси. - К.: Наукова думка, 1987.- 240 с.
9. Романков П.Г., Фролов В.Ф. Массообменные процессы химической технологии (системы с твердой фазой).- Л.: Химия, 1990.- 384 с.
10. Казакова Е.А. Гранулирование и охлаждение азотсодержащих удобрений.- М.: Химия, 1980.- 288 с.
11. Кафаров В.В., Дорохов И.Н. Системный анализ процессов химической технологии.- М.: Наука, 1976.- 500 с.
12. Лыков А.В. Теория теплопроводности.- М.: Высшая школа, 1967.- 599 с.
13. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача.- М.: Высшая школа, 1980.- 469 с.
14. Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент: Справочник /Под ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина.- М.: Энергоатомиздат, 1988.- 560 с.

Поступила в редакцию 19 февраля 2004 г